

Sujets Maths en Jeans

Guillaume Garnier

Inria & Sorbonne Université

05 octobre 2022

Inria



SORBONNE
UNIVERSITÉ

Partie de cache-cache

Un chien joue à cache cache avec son maître.

Le parc dans lequel ils jouent est un **plan** sur lequel se trouve un obstacle \mathcal{O} . Cet obstacle est un ensemble de points que le maître et le chien ne peuvent pas traverser.

Soient v_c et v_m deux réels positifs qui représentent la vitesse maximale du chien et du maître.

Inria



Partie de cache-cache

La partie se déroule comme il suit

- ▶ A chaque tour, le chien choisit de se déplacer en ligne droite à une distance au plus v_c de sa précédente position. Il ne peut pas traverser l'obstacle.
- ▶ Ensuite, le maître choisit de se déplacer en ligne droite à une distance au plus v_m de sa précédente position. Il ne peut pas traverser l'obstacle.

Le chien gagne s'il arrive à voir son maître après le déplacement du maître.

Inria



Partie de cache-cache

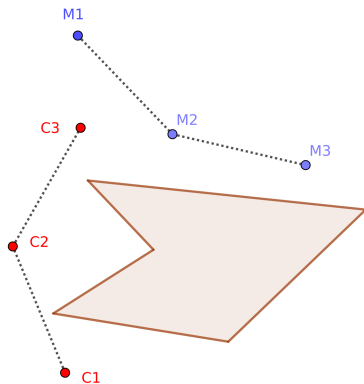


Figure: Un cache cache possible

Inria



Partie de cache-cache

Dans quels cas le chien est- il sûr de gagner ?

Inria



Dans quels cas le chien est- il sûr de gagner ?

Idées de questions :

- ▶ Est-ce que le chien arrive toujours à trouver son maître si l'obstacle est un point, un segment, un cercle, un polygone, etc?
- ▶ Qu'est ce qui change si le maître ou le chien peuvent sauter par dessus l'obstacle (sans s'y arrêter ?)

Trahir ou non ?

Deux personnes sont arrêtées car elles sont accusées d'un crime. Séparée, on leur laisse le choix suivant : **dénoncer** ou **ne pas dénoncer l'autre**.

- ▶ Si un seul des deux dénonce son complice, il sera libéré tandis que le complice passera 15 ans en prison.
- ▶ Si les deux se dénoncent, chacun ira 10 ans en prison.
- ▶ Si les deux ne se dénoncent pas, chacun ira en prison 1 an.

Que faire ?

Inria



Trahir ou non ?

	Coopérer	Trahir
Coopérer	(1, 1)	(15, 0)
Trahir	(0, 15)	(10, 10)

- ▶ Dans le cas où il me dénoncerait :
 - ▶ Si je me tais, je ferai 15 ans de prison.
 - ▶ Si je le dénonce, je ne ferai que 10 ans de prison.
- ▶ Dans le cas où il ne me dénoncerait pas :
 - ▶ Si je me tais, je ferai 1 an de prison ;
 - ▶ Mais si je le dénonce, je serai libre.

Quel que soit son choix, j'ai par conséquent intérêt à le dénoncer.

Inria



Trahir ou non ?

- ▶ Qu'est ce qui se passe on joue le jeu 2 fois de suite ? 3 fois de suite ? Un nombre N fini de fois ? Un nombre infini de fois ?
Est-ce que trahir est toujours une stratégie rationnelle ?
- ▶ Peut-on construire une "meilleure" stratégie ?
- ▶ Qu'est ce qui se passe si on rajoute des options ? (Différents degrés de trahison ou de coopération)
- ▶ Et si la coopération rapporte plus que la trahison ?

Inria



Faire face à une invasion zombie

L'heure est grave : les **zombies** sont partout !

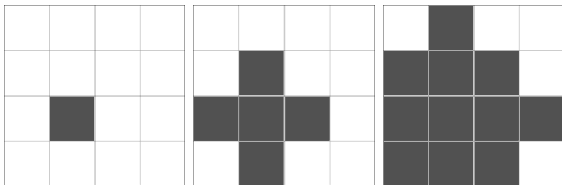
Objectifs : Prévoir l'évolution de l'invasion. Trouver des stratégies pour y faire face.

Inria



Règles :

- ▶ Deux types de cases : Zombies et Humains
- ▶ A chaque tour, un humain devient un zombie si au moins **un** de ses voisins est un zombie



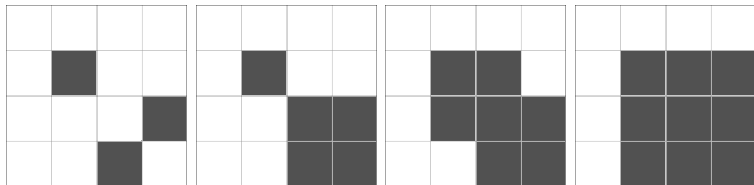
Inria



SORBONNE
UNIVERSITÉ

Règles :

- ▶ Deux types de cases : Zombies et Humains
- ▶ A chaque tour, un humain devient un zombie si au moins **deux** de ses voisins sont des zombies



Inria



Faire face à une invasion zombie

Méthode 1 : Modélisation spatiale

Quelques questions possibles :

1. Combien de zombies faut-il au minimum pour tuer tous les humains (en fonction de la taille du carré) ?
2. Dans ce cas, combien de temps faut-il ?
3. Que se passe t'il quand il y a plusieurs types d'humains ? On pourra par exemple imaginer qu'il y a des soldats capables de tuer des zombies et qui sont plus résistants.
4. Peut-on mettre du hasard dans l'évolution de la grille ?
5. Que se passe t'il avec d'autres types de grilles ? (Triangles, Hexagones, etc)

Inria



Faire face à une invasion zombie

Méthode 2 : Utiliser des suites numériques

Autre idée : Compter le nombre de zombies.

- ▶ On note $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ le nombre de zombies les jours 1, 2, 3, \dots , et n .
- ▶ On note $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ le nombre d'humains les jours 1, 2, 3, \dots , et n .
- ▶ On note $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ le nombre de morts les jours 1, 2, 3, \dots , et n .

But : Trouver comment passer d'un jour donné au lendemain !

Inria



Faire face à une invasion zombie

Exemple : le modèle SIR

S : Sain, I : Infectés, R : rétablis, N : total.

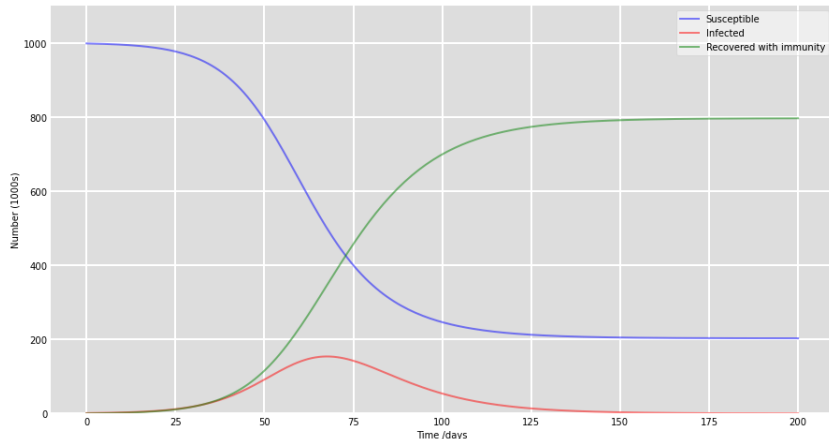
$$\begin{cases} S_{n+1} &= S_n - a \frac{S_n I_n}{N} \\ I_{n+1} &= I_n + a \frac{S_n I_n}{N} - b I_n \\ R_{n+1} &= R_n + b I_n \end{cases}$$

Inria



Faire face à une invasion zombie

Exemple : le modèle SIR



unria

JNE
UNIVERSITÉ

Faire face à une invasion zombie

Dictionnaire de formules utiles

- ▶ Croissance d'une population (a taux de croissance)

$$I_{n+1} = I_n + aI_n, \quad a > 0. \quad (1)$$

- ▶ Décroissance d'une population (a taux de mortalité)

$$I_{n+1} = I_n - aI_n, \quad a > 0. \quad (2)$$

- ▶ Croissance d'une population avec saturation

$$I_{n+1} = I_n + r \cdot I_n \left(1 - \frac{I_n}{K}\right), \quad r > 0, K > 0. \quad (3)$$

Inria



Faire face à une invasion zombie

Dictionnaire de formules utiles

- ▶ Modèle de proies-prédateurs (S : Souris, C : Chats)

$$S_{n+1} = a \cdot S_n - b \cdot S_n C_n, \quad a, b > 0. \quad (4)$$

$$C_{n+1} = c \cdot C_n + d \cdot S_n C_n, \quad c, d > 0. \quad (5)$$

- ▶ Transformation spontanée de I en J ,

$$I_{n+1} = I_n - a I_n, \quad a > 0. \quad (6)$$

$$J_{n+1} = J_n + a I_n, \quad a > 0. \quad (7)$$

Inria

